

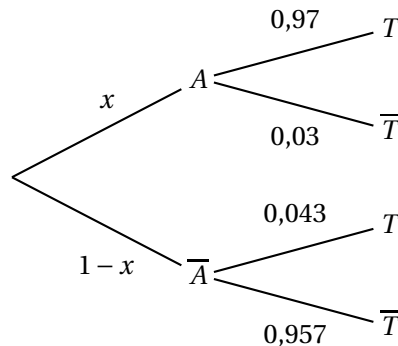
Les probabilités demandées seront données à 10^{-3} près.

Partie A

1. D'après l'énoncé :

- $p_A(T) = 0,97$;
- $p_{\bar{A}}(\bar{T}) = 0,957$;
- $p(T) = 0,2$.

D'où l'arbre pondéré :



2. a. D'après la loi des probabilités totales :

$$p(T) = p(A \cap T) + p(\bar{A} \cap T) = p(A) \times p_A(T) + p(\bar{A}) \times p_{\bar{A}}(T) = x \times 0,97 + (1-x) \times 0,043 = 0,97x + 0,043 - 0,043x = 0,927x + 0,043.$$

b. Comme $p(T) = 0,2 = 0,927x + 0,043 \iff 0,157 = 0,927x \iff \frac{0,157}{0,927} = x$.

Or $\frac{0,157}{0,927} \approx 0,1694$ soit 0,169 au millième près.

$x = p(A) \approx 0,169$.

3. L'affirmation se traduit par : $p_T(A) > 0,8$.

$$\text{Or } p_T(A) = \frac{p(T \cap A)}{p(T)} = \frac{p(A \cap T)}{p(T)} = \frac{p(A) \times p_A(T)}{p(T)} \approx \frac{0,169 \times 0,97}{0,2}, \text{ soit}$$

$$p_T(A) \approx \frac{0,16393}{0,2} \approx 0,81965, \text{ soit environ } 81,97\% : \text{ l'affirmation est vraie.}$$

Partie B

1. Les tirages successifs étant indépendants et chaque personne ayant une probabilité d'être allergique égale à 0,08, X suit une loi de Bernoulli de paramètres $n = 150$ et $p = 0,08$.

2. La calculatrice donne $p(X = 20) \approx 0,00820$, soit 0,008 au millième près.
3. La calculatrice donne $p(X \leq 14) \approx 0,7797$, donc $p(X \geq 15) = 1 - p(X \leq 14) \approx 1 - 0,7797 \approx 0,2203$ soit 0,220 au millième près.